# El nacimiento del "caos"

## En el contexto de la biología, es decir, la ecología de las poblaciones

*"Nos es más fácil predecir sucesos en el límite de la galaxia o en el núcleo de un átomo, que si la lluvia va a arruinar o no la fiesta que mi tía va a dar en su jardín dentro de tres domingos. [...] El tiempo es impredecible... y siempre lo seguirá siendo"*
(Tom Stoppard, *Arcadia*, acto I, escena 4).

### INTRODUCCIÓN

En los últimos años, numerosas publicaciones han abordado el tema del "caos" tanto como el de la complejidad y el orden, un tipo de pensamiento que en forma inicial nos parece oscuro o por lo menos ajeno y alejado de nuestras preocupaciones médicas cotidianas.

La ciencia con la que nos hemos formado se ha concentrado particularmente en modelos que tratan de estudiar, aislados de su contexto, variables y comportamientos tratando de eliminar el "ruido" de las "pequeñas" interferencias o imperfecciones de la vida real. Una parte de la realidad se ha ajustado excelentemente a este modelo "determinista", ya que conociendo los determinantes o las condiciones iniciales de un fenómeno podemos predecir su ocurrencia (relación lineal causa a efecto), e incluso utilizar este conocimiento para el desarrollo de una fantástica tecnología.

Así, con extraordinaria precisión, la humanidad ha sido capaz de enviar una pequeña sonda exploradora, como el Voyager, que ha recorrido todo nuestro sistema planetario navegado durante décadas, aprovechando las fuerzas de atracción newtonianas con un sistema de propulsión mínimo. También en medicina sabemos que al resecar una válvula aórtica estrecha resolvemos un problema mecánico cuya fisiopatología conocemos a la perfección y podemos predecir que el paciente mejorará su función cardíaca. Estamos en ambos ejemplos dentro del "orden", o mejor dicho, dentro de un orden que conocemos bien.

Sin embargo, uno de los primeros éxitos de control caótico por la NASA fue desviar los satélites abandonados de su órbita para que se encontraran con un asteroide. Usando la pequeña cantidad de combustible residual, la NASA le ordena al satélite pequeños encendidos de combustible en varias ocasiones para inclinarlo fuera de su órbita, hasta que en la utilización de una ocurrencia "caótica" se produce la colisión. Lo mismo hacen los tenistas cuando esperan recibir un servicio, ¿se quedan quietos o se mueven regularmente?; por supuesto que no, danzan erráticamente (caóticamente) sobre uno y otro pie, para estar listos y responder más rápido el servicio. Los cardiólogos también conocemos que cuando existen grupos de miocitos con un período refractario más largo, los impulsos eléctricos del corazón normal se despedazan a través de estas fibras demoradas como el agua que rodea una roca y causa turbulencia. Al incrementarse ligeramente los tiempos refractarios de unas pocas fibras, el corazón entero duplica sus períodos hasta que, más allá de un valor crítico del período refractario, surge un "caos" muscular total en el corazón: nuestra temida fibrilación ventricular. Éstos son simples ejemplos de la utilización de la nueva teoría del caos en la ciencia espacial y en la medicina, al lado de los fenómenos ordenados de la dinámica lineal newtoniana.

Pero a poco de reflexionar descubrimos también que la mayor parte de nuestra vida, los fenómenos de la naturaleza y la evolución de nuestros pacientes transcurren como hechos individuales impredecibles. En algunos casos los hechos nos impresionan muy complejos y en otros verdaderamente caóticos. No sólo la evolución individual de nuestros pacientes, sino los sorprendentes hallazgos de los ensayos clínicos en los que hipótesis aparentemente muy racionales como los antioxidantes y la vitamina E chocan con una realidad "hostil" que nos recuerda que conocemos sólo una parte de la fisiopatología.

Si nos aferramos al modelo determinista de pensamiento, esta falta de predicción, que como en la cita del comienzo nos impide planear con certeza las vacaciones, se puede atribuir a la confluencia de un número demasiado grande de factores contingentes que no podemos medir con precisión. Sin embargo, en las tres décadas pasadas un cúmulo de insólitas ideas matemáticas han permitido descubrir formas impensadas de "orden" dentro de hechos aparentemente caóticos y explicar así el comportamiento del diseño de las hojas de una planta, la aparición espontánea de solitones (olas gigantes autogeneradas en el océano y que viajan miles de kilómetros estilo *tsunami*), algunas arritmias cardíacas, la estructura de las nubes, las variaciones en las temporadas de caza (por qué hay años de liebres y otros no) y quizás hasta algunos fenómenos socioeconómicos.

La intención de esta carta es introducir al lector de la *Revista* en el relato del origen del concepto de caos-orden en la ciencia reciente y este nuevo modelo de pensamiento que surge hoy como una alternativa enriquecedora al determinismo.

## ¿POR QUÉ NO PODEMOS PREDECIR? EL OPTIMISMO DETERMINISTA

El gran astrónomo matemático Pierre-Simon de Laplace expresó elocuentemente en 1812 las posibilidades de una ecuación determinista del universo para predecir el pasado y aun, por completo, todo el futuro (en "Teoría analítica de las probabilidades"):

> *"Un intelecto que en cualquier momento dado conozca todas las fuerzas que animan a la Naturaleza y las mutuas posiciones de los seres que lo comprenden, si el intelecto fuera lo suficientemente enorme para someter sus datos a análisis, podría condensar en una única fórmula el movimiento de los cuerpos más grandes del Universo y de aquel más ligero átomo: para semejante intelecto nada puede ser incierto, y el futuro exactamente como el pasado estaría presente ante sus ojos."*

En esta manera de plantear el problema, nuestra incapacidad de predicción podría ser superada por una cada vez más precisa medición en detalle de las condiciones. Si pudiéramos medir el estado psicológico de cada uno de los conductores en una autopista, las condiciones climáticas, la velocidad de cada vehículo en particular, la voluntad de un ladronzuelo de arrojar una piedra en tal momento, podríamos predecir con exactitud un choque. Se trataría de desarrollar computadoras más grandes y sistemas de medición más precisos. En la misma fantasía, en la enfermedad coronaria podríamos conocer en forma no invasiva el estado funcional y anatómico de cada una de las placas coronarias y predecir cuál y cuándo se romperá y se asociará con un infarto de miocardio.

¿Por qué se equivocó Laplace al aplicar esta dinámica lineal a toda nuestra realidad?

Lo que Pierre-Simon de Laplace desconocía es que nunca podemos medir exactamente las condiciones iniciales de un sistema. Las mediciones más precisas todavía son correctas alrededor de diez o doce, o si se quiere, dieciséis lugares decimales (p. ej., en distancia en mm). La declaración de Laplace sería correcta sólo si podemos medir con precisión infinita, pero por supuesto no hay forma de hacerlo. Mínimas o ínfimas variaciones tendrán un efecto inmenso. Esto es el llamado "efecto mariposa" en acción (conferencia de divulgación del meteorólogo Edward Lorentz en Washington en 1972, titulada "¿El batir de alas de una mariposa en Brasil desencadena un tornado en Texas?"); cambios pequeños en las condiciones iniciales tienen efectos enormes.

Los científicos en los días de Laplace conocían acerca de este problema del error de medición, pero asumieron sin crítica que si las mediciones se hacían, por decir, con diez lugares decimales, entonces todas las predicciones subsiguientes también serían seguras en diez lugares decimales. Pensaban que el error no desaparecería, pero que tampoco crecería.

Desafortunadamente, crece y se amplifica y este incremento en el error es la grieta lógica a través de la cual desaparece el determinismo perfecto, ya que nada que no sea la perfección total de la medición inicial hará funcionar al monstruoso intelecto creado por Laplace.

Algo realmente regular es por definición y con justicia predecible. Pero la sensibilidad a las condiciones iniciales produce comportamientos impredecibles, por lo tanto, irregulares. Por esta razón, un sistema que está expuesto a la sensibilidad de las condiciones iniciales se dice que es *caótico,* o por lo menos se presenta antes nuestros ojos en forma totalmente impredecible. Una reacción positiva a este problema ha sido el pensamiento probabilístico: no sabemos quién de nuestros pacientes con infarto fallecerá en la etapa aguda y alejada (aunque aislemos factores que predicen mayor o menor riesgo), pero poblacionalmente conocemos con una exactitud de decimales la mortalidad esperada. Asimismo, muchos fenómenos físicos sólo pueden estudiarse en sus "efectos" con una concepción probabilística: no se puede conocer con precisión algunos aspectos de la partícula individual que se comporta en forma anárquica o caótica, pero sí predecir con total exactitud el comportamiento del conjunto.

Hasta ahora, entonces, la propuesta científica consistía en plantear que lo impredecible de la mayor parte de los fenómenos que nos rodean era atribuible a nuestra imprecisión en las mediciones minuciosas que lo harían predecible con las mismas leyes deterministas que tan bien funcionan en la mecánica y nuestra respuesta lógica ante lo individualmente impredecible era buscar "regularidades" poblacionales, como cuando afirmamos que el riesgo de muerte en una cirugía coronaria es del 3,5%.

En los párrafos próximos nos introduciremos en esta rara confluencia de la creatividad matemática con algunos fenómenos inexplicados que permiten una nueva búsqueda del orden dentro del caos aparente, de manera diferente al pensamiento determinista. Utilizaremos el ejemplo del cambio de las poblaciones animales, la ecología poblacional, justamente porque allí surgió el uso de la palabra "caos".

## CÓMO ESTIMAR EL CAMBIO DE LAS POBLACIONES ANIMALES

Luego de esta introducción vamos a narrar una historia que nos permitirá recrear cómo nació la dinámica no lineal, en un campo más cercano a nosotros como es la biología. En realidad hablaremos de la revitalizada ecología de los años setenta, que es la rama de la biología que trata de las relaciones que los organismos tienen unos con otros y con el entorno.

Suponga que usted quiere estudiar los cambios que tienen lugar en las poblaciones animales a lo largo del tiempo. Por ejemplo, el desove de los bancos de salmones, la cantidad de hormigas que pululan y trabajan alrededor de su hormiguero y –el ejemplo que utilizaremos– las fluctuaciones en la población de peces de colores en un estanque.

Por ejemplo, si el número máximo de peces de colores que podría sostener el estanque fuera mil y sólo hubiera doscientos en el momento en que los contamos, para estandarizar con otra población cualquiera pondríamos el número "1" a la población máxima; por lo tanto la *"población inicial"* ($X_n$) valdría 200/1.000 = 0,20.

La *"población siguiente"* ($X_{n+1}$), o sea la siguiente generación, se acrecentaría según su *"tasa de crecimiento"* (a) (que dependería de la fertilidad de los peces, la cantidad de alimentos, enfermedades, depredadores como puede ser un gato, etc.), según una sencilla fórmula.

**TASA DE CRECIMIENTO DE MALTHUS**

$$\underset{\text{(siguiente)}}{X_{n+1}} = a \underset{\text{(inicial)}}{X_n}$$

n+1 = siguiente n = inicial a = tasa de crecimiento

En esta ecuación, la población $X_{inicial}$ de una generación determina unívocamente la población de la generación siguiente $X_{siguiente}$.

Si aceptamos este modelo, que es el más simple, propuesto por el economista y clérigo inglés Thomas Malthus (1766-1834), pionero en estos menesteres, podríamos suponer que la población se incrementa según la fracción de la *tasa de crecimiento* de cada año, suponiendo que los peces dispongan de alimento ilimitado y se reproduzcan libremente y sin restricciones.

De este modo, la conexión entre $X_{n+1\ (siguiente)}$ y $X_{n\ (inicial)}$ podría ser una ecuación del tipo de $X_{n+1\ (siguiente)} = 2\ X_{n\ (inicial)}$, donde, en este caso, existiría un crecimiento anual de la población del doble. Si, al principio, $X_{n\ (inicial)}$ vale 0,2 (200), en la generación siguiente valdría 2 × 0,2 = 0,4 (400), una generación después 2 × 0,4 = 0,8 (800), la población se incrementaría pues de manera proporcional y en la tercera generación superaría la población máxima (2 × 0,8 = 1,6), lo cual resultaría imposible.

Pero en el universo las especies tienen espacios ecológicos en competencia; así, utilizando esta sencilla fórmula, algunos calcularon que una pareja australiana inicial de conejos duplicándose en cada generación cubrirían el universo entero al cabo de 120 generaciones. (1)

Esto apoyaría la tesis de Malthus, que el crecimiento de la población humana mundial tendría el límite de la producción de alimentos. La contestación de Marx, de que no estaba tomando en cuenta el aumento de la productividad de la tierra, resultó cierta. Porque aun hoy con más de 6.000 millones de personas, varias veces más del límite supuesto por Malthus, la producción mundial de alimentos podría alimentar a todo el planeta según la FAO, si no fuera por la existencia de modos de producción que implican una distribución muy desigual de los recursos.

Pero la vida real es verdaderamente mucho más compleja de lo que pensaba Malthus; así sucede que si la población de peces de colores fuera muy grande, pronto se quedarían sin comida y tendrían que luchar por ella, también entonces las enfermedades se propagarían con mayor facilidad y la gran comunidad constituiría una jugosa presa para los depredadores como nuestro gato. El resultado concreto sería que la tasa de crecimiento de la población no podría mantenerse, sino que en la vida real disminuiría.

Si, por el contrario, sólo existiera un puñado pequeño de peces de colores retozando libremente en el estanque, con mucho espacio para moverse, su población crecería mucho más rápidamente. (2)

¿Cómo podemos modificar el mapa *maltusiano* $X_{n+1\ (siguiente)} = a\ X_{n\ (inicial)}$ –donde la tasa de crecimiento "a" es una constante– para hacerlo más realista y que la tasa de crecimiento (a) disminuya con la superpoblación y aumente cuando ésta es escasa?

La solución la dio de un modo simple y sagaz PF Verhulst hace más de un siglo y medio (1845). Introdujo un nuevo término en la simple ecuación maltusiana, de manera que la fórmula de crecimiento de la población se transforma en no lineal y de esta manera permite calcular el impacto de la fertilidad y de todos los demás factores ambientales en la expansión demográfica.

**TASA DE CRECIMIENTO DE VERHULST**

$$\underset{\text{(siguiente)}}{X_{n+1}} = a \underset{\text{(inicial)}}{X_n} (1 - X_n)$$

n+1 = siguiente n = inicial a = tasa de crecimiento

$$X_{n+2} = a X_{n+1} (1 - X_{n+1}) \text{ ... y así consecutivamente.}$$

Volvamos a Verhulst, él agregó un término a la ecuación proporcional maltusiana, que fue $(1 - X_n)$. Por lo tanto, del lado derecho de la ecuación existen dos términos contradictorios $X_n$ y $(1 - X_n)$.

De esta manera se le ponía un límite al crecimiento y entre "0" y "1" oscilaría cualquier población.

Cuando $X_n$ es muy pequeño, ésta es la parte dominante de la contradicción, porque entonces $(1 - X_n)$ está muy cerca de "1" e influye poco; pero cuando la población ($X_n$) se va acercando a "1", entonces el término $(1 - X_n)$ se vuelve cada vez más dominante y se va acercando a "0".

¿Qué significa la adición del término de Verhulst en la ecuación de Malthus?

Esta nueva ecuación tiene términos que se multiplican reiteradamente por sí mismos en cada uno de los ciclos. Multiplicar un término por sí mismo es producir una realimentación o como denominan los matemáticos, una *"iteración"* y por lo tanto una no linealidad. Por lo cual el crecimiento de generación en generación ya no depende linealmente de lo que sucedió antes.

Como en la ecuación iterativa de Verhulst acechaba potencialmente el caos, como vamos a ver más adelante, esto significaría que todos los conceptos radicalmente nuevos de la teoría del caos podrían haber surgido ciento cincuenta años atrás, mucho antes de que se inventaran los computadores electrónicos.

En la década de 1950, los expertos en población aplicaron la ecuación de Verhulst no sólo a comunidades de peces coloreados como los nuestros, sino a insectos y otros organismos. Pero cayeron en el error de verse condicionados por la costumbre: encontraron lo que fueron a buscar, situaciones en las que las poblaciones tendían a un valor estable, les interesaba el equilibrio. Incluso investigaron que valores de la constante de crecimiento "a" garantizaban esa estabilidad.

Se podría especular que esos biólogos, variando la tasa de crecimiento, encontraron crecimientos irregulares, no estables, poco predecibles; pero puede ser que las descartaran como simples anomalías que no valía la pena comunicar. Quizá, como creo que dijo Winston Churchill, se tropezaron con la verdad, pero hicieron lo imposible para no caerse en ella. El mundo científico constataría poco después que la simplicidad de la ecuación de Verhulst era enormemente engañosa, pero ésa es otra historia.

## EN LA CASCADA DE DUPLICACIÓN DEL PERÍODO ACECHABA EL "CAOS"

Vamos a seguir la carrera científica de Robert May, que se convirtió en biólogo teórico sólo tras una serie de transmutaciones profesionales. Comenzó como estudiante de ingeniería química en Sydney a fines de los cincuenta y acabó siendo físico. Estuvo un par de años en la Universidad de Harvard, en la división de ingeniería y física aplicada, y a comienzos de los sesenta volvió a la Universidad de Sydney para enseñar como profesor Física teórica. A comienzos de los sesenta, casi por accidente se interesó en la relación entre complejidad y estabilidad en los ecosistemas y poco después se convirtió en profesor de Biología en la Universidad de Princeton.

Él refiere que tuvo la suerte de tropezar con –y dejarse caer en– el recién nacido campo de la ecología teórica en su *fase romántica*, similar a la de la física teórica en 1920-1930, cuando una serie de cuestiones simples se estaban planteando en el marco matemático adecuado y como consecuencia emergían respuestas sorprendentes. (2)

En esos momentos existían dos líneas de pensamiento sobre los cambios en las poblaciones animales; en ambos bandos había australianos. Por una parte, Charles Birch creía que la mayoría de las poblaciones naturales fluctúan ampliamente como resultado de las alteraciones del entorno. En el otro bando, John Nicholson opinaba que las poblaciones son reguladas por efectos que dependen, básicamente, no del entorno, sino de la densidad de la población (la cantidad de animales que viven en un espacio dado).

Cuando los expertos en poblaciones utilizaban la iteración de la ecuación de Verhulst, sólo investigaban la estabilidad, buscando incluso que valores de la constante "a" de crecimiento garantizaban esa estabilidad.

Resultó que la cuestión podía resolverse de forma mucho más simple mediante un paradigma distinto.

A comienzos de la década de los setenta, Robert May quedó fascinado por la ecuación de Verhulst; por lo general, al denominar una expresión como ésta, los matemáticos no emplean el término ecuación, sino el de *mapa*, ya que describe el *mapeado* de un número ($X_{n \text{ inicial}}$) sobre otro ($X_{n+1 \text{ siguiente}}$). El caso que nos ocupa suele conocerse como *mapa logístico*. Quería comprender matemáticamente cómo evolucionaba para *cualquier* valor inicial y para *cualquier* valor de la constante "a". Refiere que los progresos fueron muy lentos y los trabajos arduos porque utilizaba calculadoras rudimentarias.

Vamos a ver cómo cambia $X_{n+1 \text{ siguiente}}$ cada vez que la calculamos o, dicho en lenguaje técnico, cómo varía en cada iteración. Hoy podemos hacerlo casi instantáneamente con un *software* y un gráfico que realizamos en el conocido programa Excel en pocos minutos (usted puede seguir el fascinante camino de May bajando el *software* en www.gedic.com.ar).

A ese efecto elegiremos valores crecientes de la tasa de crecimiento "a" (ya veremos por qué). Observemos la Figura 1, en la que se ha representado la evolución de $X_{n+1 \text{ siguiente}}$ en cada caso, partiendo siempre de un valor inicial de la población de 0,01. En el primero de ellos (a = 2,4), $X_{n+1 \text{ siguiente}}$ se instala en seguida en un valor estable (Figura 1, A); en el contexto de nuestro ejemplo, esto significa que la población de peces de colores en el estanque se haría constante.

¿Qué pasa si ahora elevamos a = 2,94? La oscilación continúa por un tiempo, hasta que la población se acomoda en un valor estable (Figura 1, B).

Luego de que "a" llega a 3,0 –en nuestro figura siguiente a = 3,4–, $X_{n+1 \text{ siguiente}}$ oscila continuamente, arriba y abajo, entre dos valores (Figura 1, C). Nuestra población de peces se repite periódicamente cada dos generaciones: hubo una duplicación de períodos.

Si elevamos la tasa de crecimiento "a" por encima de 3,4499, los dos puntos se inestabilizan y las poblaciones oscilan alrededor de cuatro valores (Figura 1, D); un poco más en a = 3,596 otra bifurcación, esta vez con dieciséis valores diferentes que se repiten cíclicamente (Figura 1, E). Esto es lo que encontró Robert May y acuñó la frase: *"cascada de duplicación de períodos"*.

## EL SURGIMIENTO PLENO DEL CAOS

Cuando se sigue aumentando "a", el crecimiento de la población se comporta de manera muy extraña. Por ejemplo, con a = 3,99 (Figura 1, F) el $X_{n+1 \text{ siguiente}}$ salta

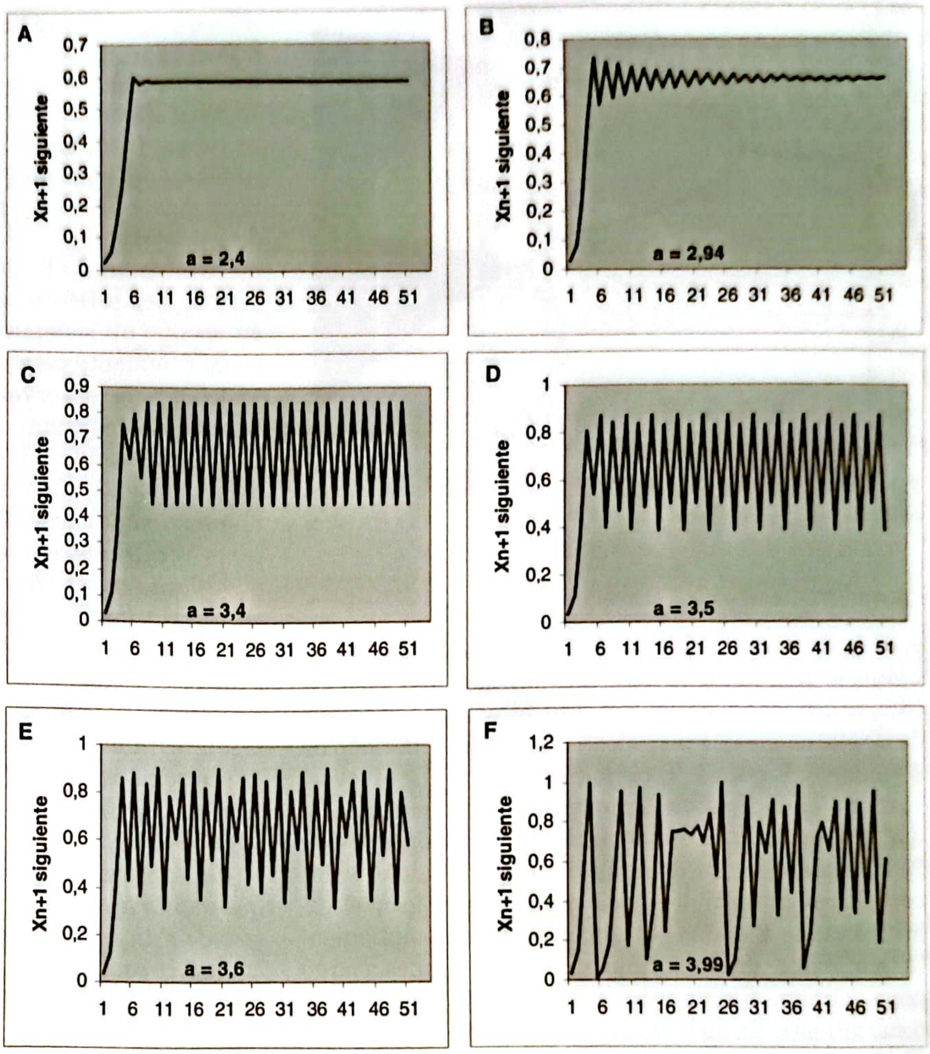


Fig. 1. *Una población que se reproduce muestra el efecto de la ruta hacia el caos por la cascada de duplicación de períodos.*

de una valor a otro todo el tiempo. Se trata del "caos": la población de peces fluctúa, en apariencia sin ritmo ni motivo, de forma totalmente impredecible.

Escuchemos lo que dice Robert May: *"Al concluir el otoño de 1973, recién llegado a Princeton para tomar posesión de mi puesto como profesor, me acerqué a la Universidad de Maryland para dar un seminario. Llevé conmigo parte del trabajo que había desarrollado sobre el mapa logístico y, con él, ciertas cuestiones sin resolver. En el seminario encontré a Jim Yorke, un matemático que llegaría a convertirse en un buen amigo y con el cual colaboraría en el estudio del mapa logístico. Cuando llegué al seminario de Maryland, ya conocía... las áreas de estabilidad y la cascada de duplicaciones de períodos. Cuando llegué al punto del discurso en el que afirmé que desconocía lo que sucedía cuando a superaba 3,57, Jim Yorke me interrumpió. "Sé lo que viene después", dijo. Tien-Yien Li y él habían investigado recientemente mapas del tipo del mapa logístico y habían descubierto su comportamiento caótico. De hecho, ambos habían acuñado el término caos en su sentido matemático en un artículo titulado "Período tres implica caos", que sería publicado en 1975. Varios de sus colegas le aconsejaron elegir una palabra más discreta que caos, pero ellos siguieron adelante y acabaron dando a esta rama científica su llamativo nombre. Yorke y Li no habían estudiado los valores de 'a' por debajo de 3,57, con lo que no habían apreciado la cascada de duplicaciones de períodos que caracteriza el camino hacia el caos.*

*... Juntando las piezas de ese rompecabezas que habíamos tratado de resolver por separado, Jim Yorke y yo nos dimos cuenta de inmediato de que habíamos descubierto algo importante. El comportamiento del mapa logístico no era un simple capricho matemático, sino que tenía implicaciones profundas en las predicciones hechas por modelos matemáticos sencillos."*

Para observar visualmente toda esta información podemos utilizar un gráfico con un sistema de coordenadas; en la línea horizontal inferior se representan los valores de la constante "a" (tasa de crecimiento de la población) y en el eje vertical izquierdo, el valor estable de la población ($X_{estable}$) al que tiende luego de algunos miles de iteraciones para cada valor de "a".

Observemos (Figura 2) que cuando la constante es inferior a 3,0, $X_{siguiente}$ tiende hacia un valor único (como sucedía en la Figura 1, A y B). Pero si "a" crece por encima de 3,0 $X_{estable}$ no tiene uno sino *dos* valores

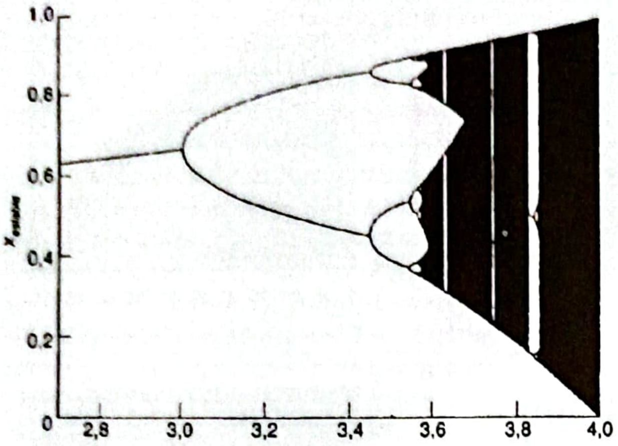


Fig. 2. *Modo en que el valor de "a" (horizontal) determina el valor de "$X_{estable}$" (vertical).*

posibles (como en la Figura 1, C). Conforme incrementamos la constante "a", vemos emerger una serie de comportamientos periódicos, que May llamó "cascada de duplicaciones de períodos" (Figura 1, D período de 4 valores y Figura 1, E período de 16).

Por último, cuando la constante se encuentra entre 3,57 y 4, el mapa se comporta de manera imprevisible. Nos hallamos en el dominio del caos, donde el valor estable es tan sensible al más mínimo cambio en el valor inicial de *X* que la población fluctuará ampliamente, por lo que será imposible hacer predicciones a largo plazo, aunque la ecuación sea muy simple y totalmente determinista. La distribución final podría considerarse aleatoria (no tiene ninguna regularidad predecible), aun cuando como es obvio en su construcción subyace un orden perfectamente comprensible, tanto que ese caos ha sido generado por una fórmula matemática (en la Figura 1, F se observa este comportamiento).

Sigamos escuchando a Robert May: *"A principios de 1976, decidí escribir un artículo divulgativo en el que sugería la gran trascendencia del caos... Redacté el artículo en un estilo deliberadamente mesiánico y lo envié a la importante revista británica* Nature. *El equipo editorial de la revista se mostró escéptico..."* Antes de ser rechazado se lo enviaron *"a John Maynard Smith para ser revisado. Su veredicto fue muy generoso ('como si lo hubiera escrito tu madre',* le dijo el editor*), así que* Nature *publicó el artículo en junio de 1976* (en todos lados se cuecen habas). *El artículo consiguió su objetivo de llevar el caos a una amplia audiencia de científicos y hasta la fecha ha sido citado varios millares de veces"*

Robert May y Jim Yorke habían observado que la Figura 2 tenía el aspecto de un árbol acostado, estando el tronco a la izquierda y las arborizaciones hacia la derecha cada vez más juntas. De hecho, a medida que crece la cascada de duplicación de períodos, la distancia entre dos bifurcaciones sucesivas –medida como diferencia entre los valores de la constante "a"– es un número aparentemente fijo y de esto dedujeron un número aproximado, pero se olvidaron apenas concluyeron los trabajos.

El matemático norteamericano Mitchell Feigenbaum en 1975, trabajando en el laboratorio de Los Álamos en Nuevo México, observó este hecho de manera independiente y fue más allá, ya que sus estudios mostraron un valor más preciso, el llamado número δ (delta) de Feigenbaum, aproximadamente de 4,6692. Demostró que este número aflora en los sitios en los que un sistema hace una transición desde un comportamiento estable a uno caótico y por lo tanto se debía poder observar la cascada de duplicaciones de períodos y medir la relación que él había predicho.

Parafraseando a Ian Stewart, ya que explica muy atractivamente que (3): *"El número* (de Feigenbaum) *es aproximadamente 4,669, y figura al lado de π (pi) como uno de esos números curiosos que parecen tener significado extraordinario tanto en matemáticas como en su relación con el mundo natural. El número de Feingebaum tiene también un símbolo: la letra griega δ (delta). El número π nos dice cómo la circunferencia de un círculo se relaciona con su diámetro. Análogamente, el número δ de Feingembaum nos dice cómo..., la cantidad extra por la cual necesita...* (aumentar la tasa de crecimiento 'a') *decrece por un factor de 4,669 para cada duplicación de período.*

*El número π es una firma cuantitativa para algo que implique al círculo. En la misma forma, el número δ de Feingembaum es una firma cuantitativa para cualquier cascada de duplicación de períodos, no importa cómo es producida o como es realizada experimentalmente."*

**CONCLUSIONES**

Esta comprensión inesperada del "orden" que subyace a muchos sistemas caóticos, en la búsqueda de ecuaciones no lineales, se aplica hoy a una serie creciente de comportamientos que van desde la física al comportamiento de variables socioeconómicas, incluyendo el orden del canto de los pájaros y algunas arritmias cardíacas.

Ian Stewart piensa que la palabra "predicción" tiene dos significados. Uno sería el de *"pronosticar" el futuro* al estilo de la omnisciente mente de Laplace, pero ya sabemos que el efecto mariposa lo impide cuando está presente el caos. Piense que para predecir –en el sentido de un adivino como Merlín– qué suceso al tirar al aire cientos de veces una moneda, debería acertar, en una lista escrita por adelantado, el resultado de cada una de las tiradas, imposible para un humano.

Pero el otro significado seguiría siendo científico, ya que sería *"describir por adelantado cuál será el resultado de un experimento"*. En nuestro ejemplo sería hacer una predicción tal como "aproximadamente la mitad de las monedas resultarán caras", sin pronosticar el futuro en detalle –cuando, como es aquí, el sistema es aleatorio–.

Por supuesto, nadie sugeriría que la estadística es anticientífica porque trata con eventos imprevisibles y por lo tanto el caos se puede tratar de la misma manera. Usted puede hacer toda clase de predicciones acerca de un sistema caótico; en realidad, puede hacer suficientes predicciones para distinguir el caos determinista de la verdadera distribución aleatoria.

*"El descubrimiento del caos ha revelado un malentendido fundamental en nuestra visión de las reglas y el comportamiento que ellas producen –entre causa y efecto–. Habitualmente pensamos que las causas deterministas deben producir efectos regulares, pero ahora vemos que pueden producir efectos altamente irregulares que pueden ser fácilmente equivocados por ser aleatorios. Por lo habitual pensamos que causas simples deben producir efectos simples (con la implicación de que los efectos complejos deben tener causas complejas), pero ahora conocemos que causas simples pueden producir efectos complejos. Nos damos cuenta de que conocer las reglas no es lo mismo que ser capaz de predecir el comportamiento futuro".* (3)

Finalmente, reparemos en las bandas verticales blancas de la Figura 2, que se observan esparcidas a través de las sombras del caos. A estas regiones los físicos las llaman *"ventanas"* y es donde repentinamente el sistema se vuelve de nuevo estable (p. ej., la banda más gruesa está cercana a 3,8). Estos períodos predecibles y estables en medio de la fluctuación caótica reciben el nombre de *"intermitencias"*.

En las últimas décadas, los científicos han descubierto que los sistemas deterministas que se mantienen a sí mismos por oscilación, iteración, realimentación y ciclos límite –sistemas que incluyen la mayoría de las cosas que nos interesan– son vulnerables al caos si se llevan más allá de los límites críticos; y a su vez dentro del caos, por momentos –como si tuvieran memoria de su estado anterior– se vuelven estables y regulares.

¿Los órdenes lineales simples y el caos no lineal son rasgos de un sistema que es un proceso indivisible?

Si fuera así, la naturaleza sería dialéctica, al ser a veces predominante la estabilidad y subordinado el caos, y en otras situaciones lo principal, la incertidumbre caótica y lo secundario, lo linealmente predecible.

Al estar enredados la regularidad y estabilidad con la irregularidad y el caos, es posible que según la posición o la disposición de cada uno de nosotros, algunos piensen que viven en un mundo caótico con pocas situaciones predecibles de regularidad y estabilidad y otros, en espejo, en un mundo ordenado y con reglas con momentos de incertidumbre caótica. ¿O dependerá de nuestro estado de ánimo?

Como dice Robert May, para los científicos que se vieron envueltos en la aventura de descubrir el caos debajo de los sistemas dinámicos lineales newtonianos, Tom Stoppard tenía razón cuando en su obra de teatro Arcadia decía que para ellos fue "el mejor tiempo posible para vivir". Para nosotros, médicos prácticos, he intentado revivir uno de los caminos fascinantes que va recorriendo nuestra generación, una tarea estimulante que pretende ampliar la mirada a nuevas explicaciones de la "realidad".

**Hernán C. Doval**

Agradezco al Dr. Carlos Tajer la lectura meticulosa del borrador, las discusiones y sugerencias planteadas en esta carta.

## BIBLIOGRAFÍA

**1.** Briggs J, Peat FD. Espejo y Reflejo: del caos al orden. Gedisa edición 2001.

**2.** Farmelo G (editor). Fórmulas elegantes. Grandes ecuaciones de la ciencia moderna. Tusquets edición 2004.

**3.** Stewart I. Nature´s Numbers. The unreal reality of mathematics. BasicBooks 1995.